

Hyperbolische Parkettierungen

Studiengang: BSc in Informatik
Vertiefung: Computer Perception and Virtual Reality
Betreuer: Prof. Urs Künzler, Prof. Dr. Erich Baur

Die hyperbolische Geometrie beschreibt Räume und Flächen negativer Krümmung und ist in der Kosmologie von wesentlicher Bedeutung. Interaktive Geometriesoftware bietet durch moderne Computergrafik einen intuitiven Zugang. Während Software für die euklidische Geometrie bereits ausgereift und leicht verfügbar ist, fehlt es weitgehend an einer benutzerfreundlichen Lernumgebung, die den Einstieg in die hyperbolische Geometrie erleichtert.

Einleitung

Die hyperbolische Geometrie bildet eine Erweiterung der klassischen euklidischen Geometrie, indem sie auf das Parallelenpostulat verzichtet. Sie beschreibt Räume konstanter negativer Krümmung, in der eigene Gesetzmässigkeiten für Winkel und Distanzen gelten. Zur Veranschaulichung solcher Räume existieren verschiedene Modelle, welche die hyperbolische Ebene in die euklidische Ebene projizieren. Ähnlich wie bei der Darstellung von Weltkarten führen diese Projektionen zu Verzerrungen, welche das intuitive Verständnis dieser Geometrie erschweren.

Ziele

Ziel dieser Arbeit war es, einen zugänglichen Einstieg in die hyperbolische Geometrie zu ermöglichen. Im Zentrum steht die Entwicklung einer interaktiven Software, die geometrische Konstruktionen und Parkettierungen anhand hyperbolischer Modelle visualisiert. Unter Parkettierungen versteht man lückenlose und überlappungsfreie Überdeckungen der Ebene mit Viel-

ecken. Eine begleitende mathematische Übersicht soll die theoretischen Hintergründe erklären.

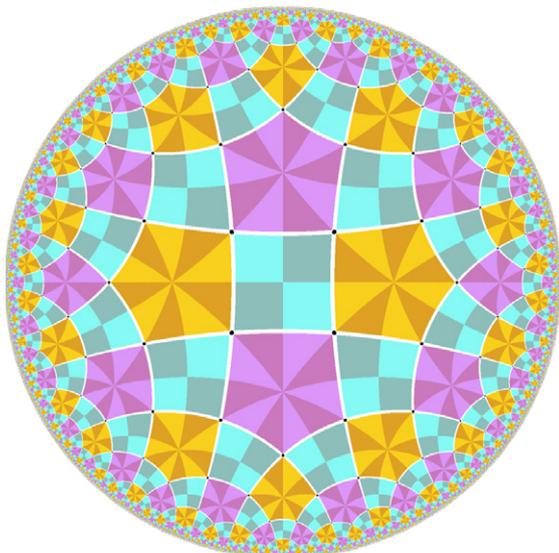
Ergebnisse

Die Geometriesoftware HyperDual wurde basierend auf WebGL entwickelt und als plattformunabhängige Webanwendung umgesetzt. Durch eine Modellierung mittels Polarkoordinaten können geometrische Konstruktionen unabhängig von einem bestimmten Geometriemodell definiert und flexibel auf verschiedene Ansichten übertragen werden. Die gleichzeitige Darstellung euklidischer und hyperbolischer Ansichten erlaubt einen direkten Vergleich zwischen den beiden Geometrien. Mit Hilfe der Wythoff-Konstruktion können platonische und archimedische Parkettierungen der Ebene generiert werden.

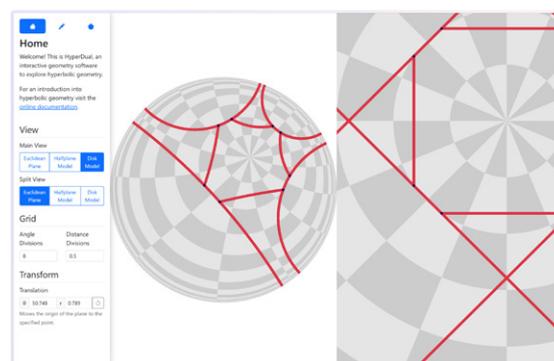
Ergänzend zur Visualisierungssoftware wurde eine begleitende mathematische Übersicht als eigenständige Online-Dokumentation erstellt. Diese beschreibt grundlegende hyperbolische Konstruktionen und erklärt, wie isometrische Transformationen in der Geometriesoftware umgesetzt werden. Weiter gibt sie einen Einblick in die Wythoff-Konstruktion.



Allyn Rohrbach



Parkettierung der hyperbolischen Ebene mit regulären Vier- und Fünfecken



Hyperbolische Ansicht (links) und euklidische Ansicht (rechts) in HyperDual